

Демонстрационный вариант квалификационного экзамена для учителей математики

В демонстрационном варианте представлены конкретные примеры заданий квалификационного экзамена для педагогических работников.

Назначение демонстрационного варианта - дать представление о структуре квалификационного экзамена, количестве заданий, об их форме и уровне сложности.

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8. Бланк

1	0	-	0	,	8			
---	---	---	---	---	---	--	--	--

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Попробуйте выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{x+5} = 6^x$.
2. В отделении банка стоят терминалы. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,03, независимо от другого терминала. Найдите вероятность того, что хотя бы один терминал исправлен.
3. Хорда АВ делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как 1:3. Под каким углом видна эта хорда из точки С, принадлежащей меньшей дуге окружности?

4. Найдите значение выражения $\frac{5a^7b^{-3}}{(4a^3b)^3} \cdot \frac{64b^3}{a^{-2}b^{-3}}$.
5. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 12π. Найдите площадь осевого сечения.
6. Прямая $y = -x$ является касательной к графику функции $f(x) = x^2 + bx + 9$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания меньше нуля.
7. Уравнение физического процесса записывается в виде $pV^a = const$, где p (Па) – давление в газе, V – объем газа в кубических метрах, a – положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение в 4 раза объема приводит к увеличению давления не менее, чем в 16 раз?
8. Рабочий с учеником, работая вместе, могут выполнить задание за 3 дня. За сколько дней, работая отдельно, может выполнить это задание ученик, если за три дня он выполняет такую же часть работы, какую рабочий – за один день?
9. При каких значениях p и q график функции $y = x^2 + px + q$ проходит через точки $M(-1;4)$ и $K(2;10)$?

10. Найдите значение выражения $\frac{14 \sin 86^\circ}{\sin 43^\circ \sin 47^\circ}$.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = x + \frac{16}{x}$ на отрезке $[1;7]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\sin^2(x + \pi) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin x = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

13. В конусе с вершиной S проведены образующие SP и ST так, что центр основания O не лежит на прямой PT . На отрезке SP отмечена точка K . Проведена прямая KL , параллельная ST , точка L лежит в основании конуса. Известно, что PT перпендикулярна OL .

а) Докажите, что K – середина SP .

б) Найдите угол между прямой KT и плоскостью основания, если длина PT равна 6, диаметр основания равен 36, высота конуса равна $6\sqrt{11}$.

14. Решите неравенство $\frac{3^{x+1}-13}{9^x-3^{x+1}-4} \leq 1$.

15. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Окружность с центром O , построенная на боковой стороне AB как на диаметре, касается боковой стороны CD и второй раз пересекает большее основание AD в точке L , точка M – середина CD .

а) Докажите, что четырехугольник $DLOM$ – параллелограмм.

б) Найдите AD , если угол BAD равен 60° и $BC = 3$.

16. В июле 2023 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг увеличивается на 25 % по сравнению с предыдущим годом;
- с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 655 тыс. рублей больше суммы взятого кредита?

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{4-y^2} = \sqrt{4-a^2x^2}, \\ x^2 + y^2 = 4x + 2y. \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения

18. По кругу записано несколько (два или более) различных натуральных чисел. Каждое число или в три раза больше соседнего слева числа, или на два меньше.

а) Могут ли быть выписаны и число 5, и число 6?

б) Могут ли быть выписаны ровно семь чисел?

в) Какое максимальное значение может иметь наибольшее из выписанных чисел, если сумма всех выписанных чисел не превосходит 2021?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.